

Nome: \_\_\_\_\_ Cognome: \_\_\_\_\_ Orale: in presenza  da remoto

**Regole:** Voto minimo di ogni esercizio = 0. Esercizi 1-4: risposta giusta = 1, risposta omessa = 0, risposta sbagliata = -0.5.  
Esercizio 5: punti 0-10. Esercizio 6: punti 0-6.

**Esercizio 1** Sia

$$y''(t) - y'(t) - 2y(t) = -2t.$$

1. L'integrale generale dell' equazione omogenea è  $y(t) = c_1 e^{-t} + c_2 e^{2t}$ ;  V  F
2. una soluzione particolare dell' equazione non omogenea è  $y_p(t) = t + 1$ ;  V  F
3. l'integrale generale dell' equazione non omogenea è  $y(t) = c_1 e^{-t} + c_2 e^{-2t} + t + 1/2$ ;  V  F
4. la soluzione del Problema di Cauchy con dati iniziali  $y(0) = 1, y'(0) = 0$  è  $y(t) = e^{-t}/2 + t + 1/2$ .  V  F

**Esercizio 2** Date  $a_n = \frac{(-1)^n \sqrt{n-1}}{n^2+1}$  e  $b_n$  limitata tale che  $b_n \neq 0$  per ogni  $n \in \mathbb{N}$ , allora

1.  $a_n b_n$  è infinitesima  V  F
2.  $\frac{a_n}{b_n}$  è illimitata  V  F
3.  $a_n$  è monotona  V  F
4.  $\frac{\log(a_n b_n + 1)}{a_n b_n}$  è infinitesima.  V  F

**Esercizio 3** Sia  $f(x) = e^{4x} - \frac{1}{1-4x}$  e  $p_n(x)$  il polinomio di Taylor di ordine  $n$  di  $f$  in 0. Allora

1.  $f$  ha massimo in  $[3, 5]$   V  F
2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = 5$   V  F
3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - p_4(x)}{x} = 0$   V  F
4.  $p_2(x) = 6x^2$ .  V  F

**Esercizio 4**

1. L'integrale  $\int_0^1 \ln(3x) dx$  è assolutamente convergente  V  F
2.  $\int_0^{+\infty} \frac{x}{x^3 + 9} dx = +\infty$   V  F
3. Se  $f \in C([-2, +\infty))$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$  allora  $\int_{-2}^{+\infty} f(x) dx < +\infty$   V  F
4. Se  $\int_0^{+\infty} |f(x)| dx < +\infty$  allora  $\lim_{\delta \rightarrow +\infty} \int_{\delta}^{+\infty} |f(x)| dx = 0$   V  F

**Esercizio 5** Data la funzione

$$f(x) = (2x - 1) \exp\left(\frac{2x + 1}{2x - 1}\right)$$

1. determinare il dominio di  $f$  e studiarne il segno;
2. studiare gli asintoti, continuità e derivabilità ;
3. studiare punti di max, min e flessi evidenziando gli eventuali intervalli in cui la funzione  $f$  e' convessa;
4. disegnarne il grafico approssimativo.

**Esercizio 6** Risolvere il seguente integrale definito

$$\int_0^2 x \ln(9 - x^2) dx.$$